

GHEORGHE ADALBERT SCHNEIDER

**SĂ ÎNVĂȚĂM
MATEMATICĂ
FĂRĂ PROFESOR
CLASA A V - A**

**EDITURA HYPERION
CRAIOVA 2017**

1. Numere naturale	5	208
1.1 Operații cu numere naturale	5	208
1.1.1 Scrierea și citirea numerelor naturale ...	5	208
1.1.2 Reprezentarea numerelor naturale pe axă.		
Compararea și ordonarea numerelor naturale. Aproximarea și rotunjirea numerelor naturale.	13	210
1.1.3 Adunarea numerelor naturale. Proprietăți..	21	212
1.1.4 Scăderea numerelor naturale	32	216
1.1.5 Înmulțirea numerelor naturale. Proprietăți.		
Factor comun	39	218
1.1.6 Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale.	50	221
1.1.7 Împărțirea cu rest a numerelor naturale.	58	223
1.1.8 Puterea cu exponent natural a unui număr natural. Pătratul și cubul unui număr natural. Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor. Scrierea în baza 10 și în baza 2.	65	225
1.1.9 Ordinea efectuării operațiilor	78	228
1.1.10. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor. Metoda reducerii la unitate. Metoda figurativă. Metoda falsei ipoteze. Metoda comparației. Metoda mersului invers.	81	228
1.1.10.1 Metoda reducerii la unitate	81	228
1.1.10.2 Metoda figurativă	83	229
1.1.10.3 Metoda falsei ipoteze	88	232
1.1.10.4 Metoda comparației	93	233
1.1.10.5 Metoda mersului invers	97	236
1.2 Divizibilitatea numerelor naturale	102	238
1.2.1 Divizor, multiplu. Divizori comuni. Multipli comuni.	102	238
1.2.2 Criterii de divizibilitate cu 2, 5, 10^n , 3 și 9.		
Numere prime. Numere compuse.	106	240

2. Frații ordinare. Frații zecimale. ...	113	244
2.1 Frații ordinare	113	244
2.1.1 Frații ordinare. Frații subunitare, echiunire, supraunitare. Procente. Frații echivalente.	113	244
2.1.2 Compararea fracțiilor cu același numitor / numărator. Reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare. Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție.	124	248
2.1.3 Cel mai mare divizor comun a două numere naturale. Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Frații ireductibile.	130	249
2.1.4 Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale. Aducerea fracțiilor la un numitor comun	136	250
2.1.5 Adunarea și scăderea fracțiilor ordinare. Proprietăți.	140	250
2.1.6 Înmulțirea fracțiilor. Puteri. Împărțirea fracțiilor. Proprietăți.	144	251
2.1.7 Frații / procent dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinară	148	252
2.2 Frații zecimale	153	252
2.2.1 Frații zecimale. Scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracții zecimale. Procente. Transformarea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale în fracție ordinară.	153	252
2.2.2 Aproximări. Compararea, ordonarea și reprezentarea pe axa numerelor a unor fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule.	156	253
2.2.3 Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule	159	253
2.2.4 Înmulțirea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule	162	253
2.2.5 Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală. Transformarea unei fracții ordinare într-o fracție zecimală. Periodicitate. Transformarea unei fracții zecimale periodice în		

fracție ordinară.	165	254
2.2.6 Împărțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural nenul. Împărțirea a două fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule. Media aritmetică a două sau mai multor numere naturale sau fracționare.	170	255
2.2.7 Număr rațional pozitiv. Ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale pozitive.	175	256
2.2.8 Metode aritmetice umăr rațional pozitiv. Ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale pozitive.	178	257
2.2.9 Probleme de organizarea datelor. Frecvență, date statistice organizate în tabele. Grafice cu bare și / sau cu linii. Media unui set de date statistice.	183	257
3 Elemente de geometrie și unități de măsură	185	258
3.1 Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment de dreaptă. Pozițiile relative ale unui punct față de o dreaptă. Puncte coliniare. Pozițiile relative a două drepte.	185	258
3.2 Distanța dintre două puncte. Lungimea unui segment. Segmente congruente. Mijlocul unui segment. Simetricul unui punct față de un punct.	189	258
3.3 Unghi: definiție, notații, elemente. Interiorul unui unghi, exteriorul unui unghi. Măsura unui unghi. Unghiuri congruente. Clasificarea unghiurilor. Calcule cu măsuri de unghiuri exprimate în grade și minute sexagesimale.	192	259
3.4 Figuri congruente (prin suprapunere). Axă de simetrie (prin suprapunere)	196	260
3.5 Unități de măsură pentru lungime, aplicație: perimetre. Unități de măsură pentru arie, aplicații: aria pătratului/dreptunghiului. Unități de măsură pentru volum, aplicații: volumul cubului și al paralelipipedului dreptunghic. Transformări ale unităților de măsură.	199	260

1. Numere naturale

1.1 Operații cu numere naturale

1.1.1 Scrierea și citirea numerelor naturale

a) Noțiuni teoretice și exemple

1. Numerele naturale se scriu cu ajutorul cifrelor arabe care sunt: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

2. Șirul numerelor naturale este:

0, 1, 2, ..., 11, 12, 13, ..., 101, 102, 103, ..., 1001, 1002, 1003, ...

Acest șir începe deci cu 0 și nu se termină, fiind infinit.

Oricare două numere alăturate ale șirului numerelor naturale diferă între ele prin 1 și se numesc numere naturale consecutive.

Exemple: 5 și 6; 12 și 13; 105 și 106; 1568 și 1569.

3. În viața de zi cu zi folosim **sistemul de numerație zecimal**, care utilizează în scrierea numerelor naturale cifrele arabe prezentate la 1.

Sistemul se numește **zecimal** deoarece:

- zece unități formează o zece;
- zece zeci formează o sută;
- zece sute formează o mie.

Conform acestui sistem avem:

- a) un număr natural de 2 cifre se scrie \overline{ab} , unde a, b sunt cifre, $a \neq 0$ și $\overline{ab} = 10a + b$.
- b) un număr natural de 3 cifre se scrie \overline{abc} , unde a, b, c sunt cifre, $a \neq 0$ și $\overline{abc} = 100a + 10b + c$.
- c) un număr natural de 4 cifre se scrie \overline{abcd} , unde a, b, c, d sunt cifre, $a \neq 0$ și $\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d$.
- d) un număr natural de 5 cifre se scrie \overline{abcde} , unde a, b, c, d, e sunt cifre, $a \neq 0$ și $\overline{abcde} = 10000a + 1000b + 100c + 10d + e$.

În mod analog acest proces de scriere poate continua.

Fiind dat numărul natural $\overline{abcd\text{e}fg}$, atunci cifra unităților este g , cifra zecilor este f , cifra sutelor este e , cifra miilor este d , cifra zecilor de mii este c , cifra sutelor de mii este b și cifra milioanele este a .

Exemple: a) $27 = 2 \cdot 10 + 7$;

- b) $195 = 1 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 5$;
c) $5\,729 = 5 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 9 \cdot 1$;
d) $32\,549 = 3 \cdot 10\,000 + 2 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 9 \cdot 1$;
e) $128\,357 = 1 \cdot 100\,000 + 2 \cdot 10\,000 + 8 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 7 \cdot 1$.

4. Pentru a citi un număr natural procedăm astfel:

- a) separăm cifrele numărului în grupe de câte trei cifre de la dreapta la stânga, grupe pe care le vom numi **clase**.
b) de la dreapta la stânga vom numi clasele astfel: clasa unităților, clasa miilor, clasa milioanei, clasa miliardelor, etc.

Observație. Dacă toate cifrele unei clase sunt egale cu 0, atunci această clasă nu se citește.

- Exemple:** a) Numărul 127 se citește o sută douăzeci și șapte.
b) Numărul 25 378 se citește douăzeci și cinci de mii trei sute șaptezeci și opt, deoarece 25 reprezintă clasa miilor, iar 378 reprezintă clasa unităților.
c) Numărul 65 290 274 se citește șaiszeci și cinci milioane două sute nouă zeci mii două sute șaptezeci și patru, deoarece 65 reprezintă clasa milioanei, 290 clasa miilor și 274 clasa unităților.

5. Pentru a scrie un număr natural identificăm clasele și le scriem de la stânga la dreapta.

- Exemple:** a) Numărul cinci sute șaiszeci și două mii șapte sute treizeci și doi se scrie 562 732, deoarece 562 este clasa miilor și 732 este clasa unităților.
b) Numărul trei sute douăzeci și cinci milioane patru sute șaptezeci și una mii cinci sute șaiszeci și nouă se scrie 325 471 569, deoarece clasa milioanei este 325, clasa miilor este 471, iar clasa unităților este 569.
c) Numărul două miliarde trei sute milioane șase sute trei zeci și cinci se scrie 2 300 000 635, deoarece clasa miliardelor este 2, clasa milioanei este 300, clasa miilor nu s-a citit dar s-a scris 000, iar clasa unităților este 635.

b) Exerciții și probleme rezolvate

1. Scrieți cel mai mic și cel mai mare număr natural de forma \overline{abb} .

Soluție. Cel mai mic număr se obține pentru cifra sutelor egală cu 1, adică $a = 1$. Căutăm acum cel mai mic număr de forma $\overline{1bb}$. Acest număr se obține pentru $b = 0$ și este 100.

Cel mai mare număr se obține pentru cifra sutelor egală cu 9, adică $a = 9$. Căutăm acum cel mai mare număr de forma $\overline{9bb}$. Acest număr se obține pentru $b = 9$ și este 999.

2. Scrieți toate numerele naturale de forma $\overline{7ab2}$ pentru care $a + b = 3$.

Soluție. Avem: $a + b = 3 \Rightarrow a = 0, b = 3; a = 1, b = 2; a = 2, b = 1$ și $a = 3, b = 0$. Atunci numerele naturale sunt: 7 032, 7 122, 7 212, 7 302.

3. Scrieți toate numerele naturale de forma \overline{abc} cu cifrele consecutive.

Soluție. Deoarece $a \neq 0$ numerele sunt: 123, 234, 345, 456, 567, 678, 789, 987, 876, 765, 654, 543, 432, 321, 210.

4. Scrieți toate numerele naturale de forma $\overline{a527b}$ pentru care $a \times b = 24$.

Soluție. Deoarece $a \times b = 24$, iar a și b sunt cifre rezultă: $a = 3, b = 8; a = 4, b = 6; a = 6, b = 4; a = 8, b = 3$. Numerele sunt: 35 278, 45 276; 65 274; 85 273

5. Scrieți toate numerele naturale de forma $\overline{aaa456}$ care au produsul cifrelor egal cu 960.

Soluție. Avem $a \times a \times a \times 4 \times 5 \times 6 = 960 \Rightarrow \dots \Rightarrow a \times a \times a = 8 = 2 \times 2 \times 2 \Rightarrow a = 2$. Numărul este 222 456.

6. Scrieți toate numerele naturale de forma $\overline{a2b11}$ care au trei cifre egale și $a + b = 6$.

Soluție. Deoarece $a + b = 6$ rezultă $a = 6, b = 0; a = 5, b = 1; a = 4, b = 2; a = 3, b = 3; a = 2, b = 4; a = 1, b = 5$. Numerele sunt: 62 011, 52 111, 42 211, 32 311, 22 411, 12 511. Dintre acestea numerele cu trei cifre egale sunt: 52 111, 12 511.

7. Fie toate numerele de forma $\overline{ab123}$ cu suma cifrelor egală cu 19. Arătați că nu există nici un număr dintre acestea, care să aibă două cifre egale.

Soluție. Avem: $a + b + 1 + 2 + 3 = 19 \Rightarrow a + b = 13$. Cum a și b sunt cifre avem: $a \leq 9$ și $b \leq 9$, de unde $13 = a + b \leq a + 9 \Rightarrow 4 \leq a$ și analog $4 \leq b$. Atunci cifrele 1, 2, 3 nu pot apare de două ori în cadrul numărului, deoarece nu pot fi egale cu a sau b care sunt mai mari sau egale cu 4. Singura posibilitate de a avea două cifre egale este ca $a = b$, ceea ce nu se poate deoarece $a + b = 13 \Rightarrow a + a = 13$. Deci nu există numere care să aibă două cifre egale.

8. Determinați toate numerele de forma $\overline{ab334}$ care să aibă trei cifre egale.

Soluție. Numerele cu trei cifre egale sunt:

- a) Numerele de forma $\overline{3b334}$, $b \neq 3$ care sunt la număr 9 și anume: 30 334, 31 334, 32 334, 34 334, 35 334, 36 334, 37 334, 38 334 și 39 334.
- b) Numerele de forma $\overline{a3334}$, $a \neq 0$ și $a \neq 3$ care sunt la număr 8 și anume: 13 334, 23 334, 43 334, 53 334, 63 334, 73 334, 83 334 și 93 334.
- c) Numărul 44 334.

9. Determinați toate numerele impare mai mari decât 541 000 și mai mici decât 542 000 care să aibă suma cifrelor egală cu 16.

Soluție. Numerele mai mari decât 541 000 și mai mici decât 542 000 se scriu sub forma $\overline{541abc}$. Atunci avem: $5 + 4 + 1 + a + b + c = 16 \Rightarrow a + b + c = 6$.

Deoarece numerele sunt impare trebuie ca c să fie impar, deci $c = 1, 3, 5$.

Dacă $c = 1 \Rightarrow a + b = 5$ și numerele sunt: 541 501, 541 411, 541 321, 541 231, 541 141, 541 051.

Dacă $c = 3 \Rightarrow a + b = 3$ și numerele sunt: 541 303, 541 213, 541 123, 541 033.

Dacă $c = 5 \Rightarrow a + b = 1$ și numerele sunt: 541 105, 541 015.

c) Exerciții și probleme propuse spre rezolvare

1. Cel mai mic număr natural de trei cifre este:

99 100 101 525 998

2. Cel mai mare număr natural par de trei cifre este:

98 100 102 524 998

3. Cel mai mic număr natural de patru cifre este:

999 1 000 1 001 1 100 1 120

4. Cel mai mare număr natural de patru cifre este:

997 1 001 9 998 9 999 10 000

5. Cel mai mic număr natural impar de patru cifre este:

999 1 000 1 001 1 100 1 120

6. Cel mai mare număr natural par de patru cifre este:

997 1 001 9 998 9 999 10 000

7. Cel mai mic număr natural impar de cinci cifre este:

9 999 10 000 10 001 10 100 10 120

8. Cel mai mare număr natural par de cinci cifre este:

99 997 10 001 99 998 99 999 100 000

9. Numărul natural o sută doi se scrie:

120 102 211 210 211

10. Numărul natural cinci sute șaptezeci și șase se scrie:

657 756 576 567 765

11. Numărul natural două mii șapte sute treizeci și șase se scrie:

7 362 2 637 3 276 2 736 2 376

12. Numărul natural șase mii trei sute se scrie:

3 060 6 300 3 600 6 030 6 003

13. Numărul natural douăsprezece mii șapte sute optzeci și nouă se

scrie: **12 789 12 879 21 789 12 978 12 897**

14. Numărul natural șapte sute douăzeci mii cinci sute optzeci și doi se scrie:

722 258 712 852 720 852 720 582 712 528

15. Scrie toate numerele naturale de forma \overline{ab} cu cifrele consecutive și crescătoare. Cel mai mare dintre ele este:

24 89 87 67 78

16. Scrie toate numerele naturale de forma \overline{ab} cu cifrele consecutive și descrescătoare. Cel mai mic dintre ele este:

32 89 87 21 10

17. Scrie toate numerele naturale de forma \overline{ab} cu cifrele consecutive. Cel mai mare dintre ele este:

56 89 87 78 98

18. Scrie toate numerele naturale de forma \overline{abc} cu cifrele consecutive și crescătoare. Cel mai mare dintre ele este:

798 897 876 678 789

19. Scrie toate numerele naturale de forma \overline{abc} cu cifrele consecutive. Diferența dintre cel mai mare și cel mai mic dintre ele este:

555 777 864 978 679

20. Scrie toate numerele naturale de 3 cifre distincte care se formează cu cifrele 2, 3 și 4. Cel mai mare dintre aceste numere este egal cu:

234 243 324 342 432

21. Scrie toate numerele naturale de 3 cifre distincte care se formează cu cifrele 1, 3 și 5. Diferența dintre cel mai mare și cel mai mic dintre aceste numere este egală cu:

234 243 324 396 432

22. Scrie toate numerele naturale de 3 cifre distincte care se formează cu cifrele 0, 2 și 4. Numărul lor este egal cu:

3 4 5 6 7

23. Scrie toate numerele naturale de 4 cifre distincte care se formează cu cifrele 1, 2, 5 și 7. Numărul lor este egal cu:

6 12 18 24 30

24. Scrie toate numerele naturale de 4 cifre distincte care se formează cu cifrele 0, 2, 3 și 8. Numărul lor este egal cu:

6 12 18 24 30

25. Diferența dintre cel mai mare și cel mai mic număr de forma \overline{ab} , unde $a + b = 6$ este egală cu:

25 30 35 40 45

26. Numere de forma \overline{ab} , care verifică relația $\overline{ab} = \overline{ba}$ sunt:

cinci șase șapte opt nouă

27. Numere de forma \overline{ab} , cu $a - b = 5$ sunt mai multe decât numere de forma \overline{ab} cu $a - b = 8$ cu:

1 2 3 4 5

28. Diferența dintre cel mai mare și cel mai mic număr de forma \overline{ab} , unde $a + 2 \cdot b = 15$ este egală cu:

19 76 57 85 47

29. Diferența dintre cel mai mare și cel mai mic număr de forma \overline{aab} , $a \neq b$ este egală cu:

719 876 857 888 947

30. Cel mai mic număr de forma $\overline{a1b} + \overline{ab1}$, $a \neq b$ este egal cu:

172 211 321 252 431

31. Cel mai mare număr de forma $\overline{a5b} + \overline{6ba}$, $a \neq b$ este egal cu:

4 217 2 315 1 912 1 647 2 351